Einführung in die mikroökonomische Theorie

Formale Herleitung des Haushaltsoptimums

Prof. Dr. Hanjo Allinger
Technische Hochschule Deggendorf

Zur Erinnerung: Die Budgetrestriktion

- Ausgaben = Bierpreis x Biermenge + Pizzapreis x Pizzamenge
  Biermenge = x_1 p_1 = Bierpreis
  Pizzamenge = x_2 p_2 = Pizzapreis
- Budgetbedingung:

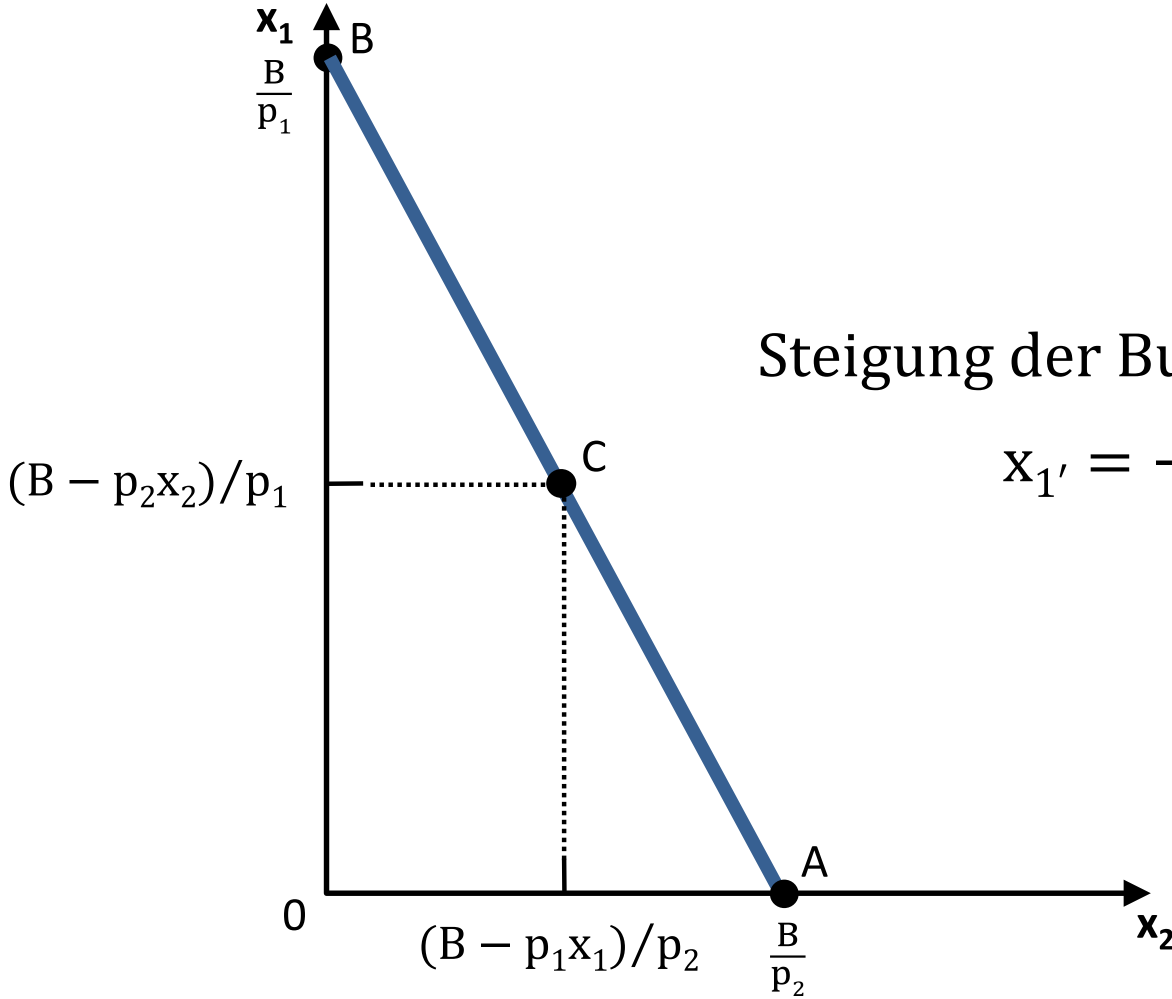
$$B = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

- Budget = Ausgaben:

$$x_1 = \frac{B - p_2 x_2}{p_1} = \frac{B}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} x_2 \xrightarrow{\text{für } x_2 \overset{!}{\Rightarrow} 0} x_1 = \frac{B}{p_1}$$

$$x_2 = \frac{B - p_1 x_1}{p_2} = \frac{B}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \xrightarrow{\text{für } x_1 \overset{!}{\Rightarrow} 0} x_2 = \frac{B}{p_2}$$

Die Budgetrestriktion

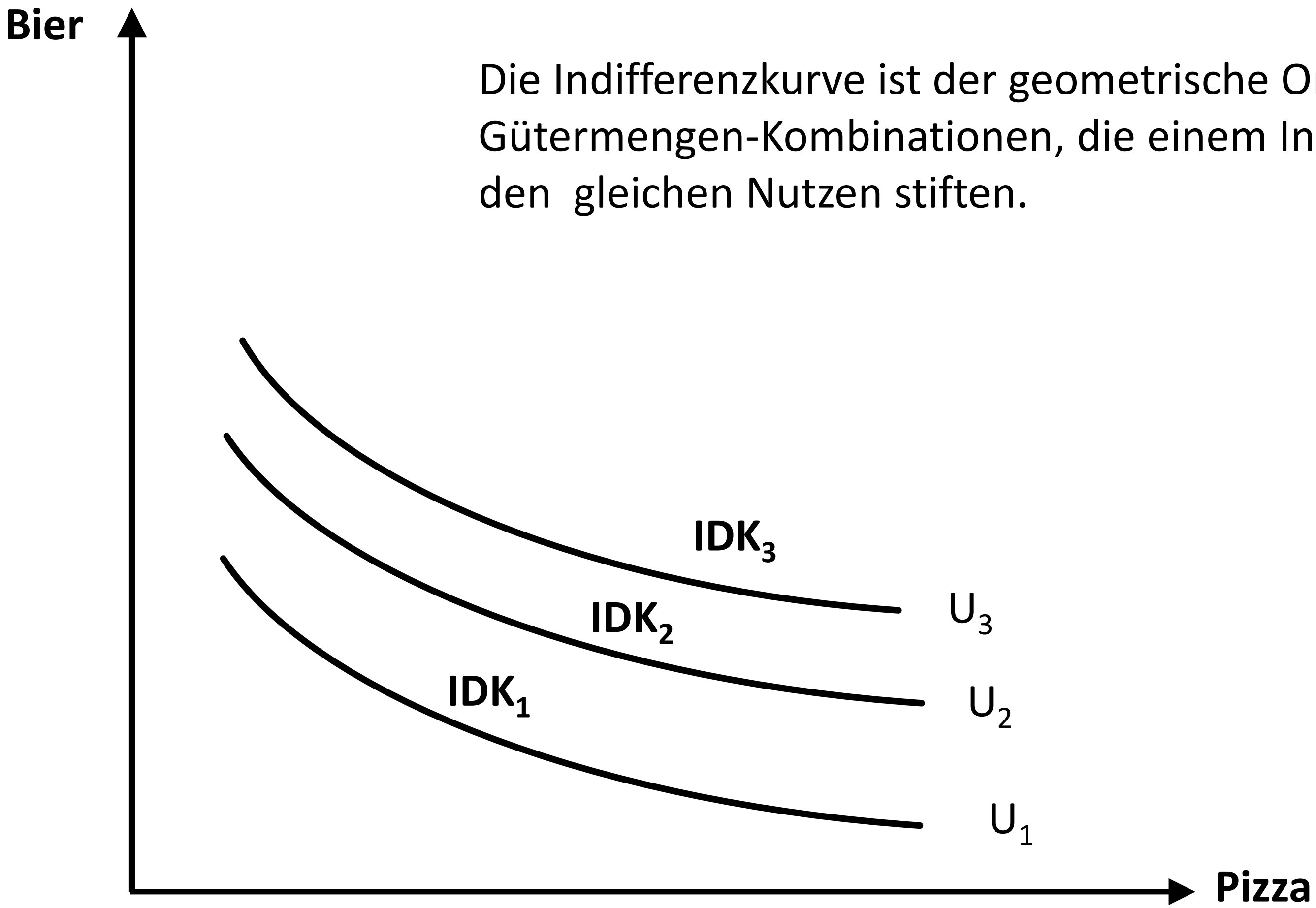


Steigung der Budgetgerade:

$$x_{1'} = -\frac{p_2}{p_1}$$

Indifferenzkurve bei normalen Gütern

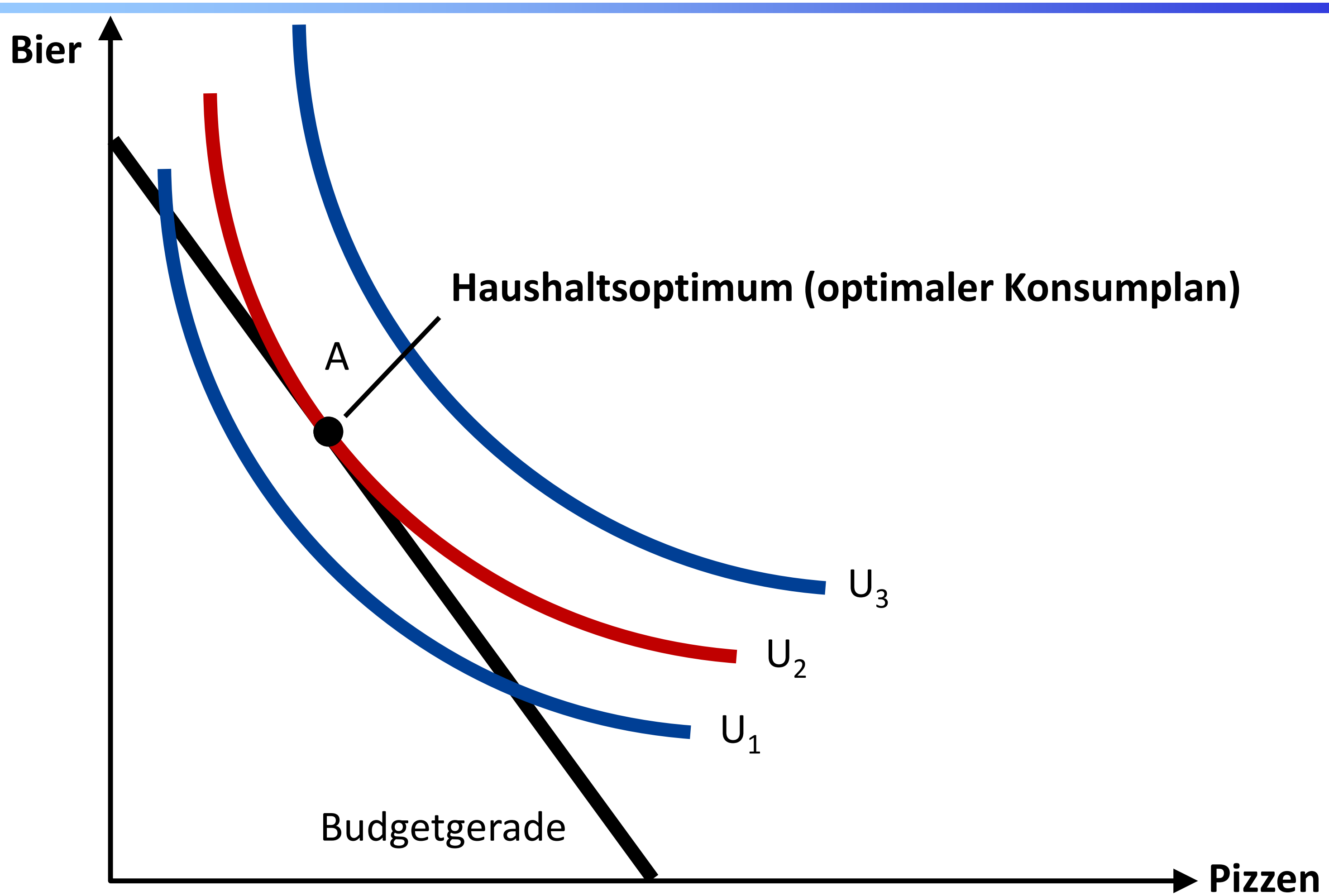
Die Indifferenzkurve ist der geometrische Ort aller Gütermengen-Kombinationen, die einem Individuum den gleichen Nutzen stiften.



Optimierungskalkül der Konsumenten

- Der Konsument maximiert seinen Nutzen, indem er eine Gütermengenkombination wählt, die auf der bestmöglichen Indifferenzkurve liegt, die die Budgetrestriktion nicht verletzt.

Die Budgetrestriktion



Die optimale Konsumentscheidung

- Die optimale Konsumentscheidung ist durch den Punkt gegeben, in dem sich Budgetgerade und Indifferenzkurve tangieren.
- Bei diesem Punkt haben die Budgetgerade und die Indifferenzkurve die selbe Steigung. Die Grenzrate der Substitution entspricht hier dem negativen umgedrehten Preisverhältnis.
- Dies entspricht gleichzeitig dem umgekehrten negativen Verhältnis der Grenznutzen, die der Güterkonsum stiftet.

$$\mathbf{GRS} = \frac{\boldsymbol{dx_1}}{\boldsymbol{dx_2}} = -\frac{\mathbf{U'(x2)}}{\mathbf{U'(x1)}} = -\frac{\boldsymbol{p_2}}{\boldsymbol{p_1}}$$

Die optimale Konsumentscheidung

Der Haushalt möchte seinen Nutzen unter der Nebenbedingung, der Budgetrestriktion maximieren: Ein klassischer Fall für die Langrange Funktion!

$\mathrm{U} = \mathrm{U}(\mathrm{x}_1; \mathrm{x}_2)\ \mathrm{max.}!\ \ \mathrm{u.d.NB}:\ \mathrm{B} = \mathrm{p}_1\mathrm{x}_1 + \mathrm{p}_2\mathrm{x}_2$

$$\mathrm{L}(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \lambda) = \mathrm{U}(\mathrm{x}_1; \mathrm{x}_2) + \lambda(\mathrm{x}_1\mathrm{p}_1 + \mathrm{x}_2\mathrm{p}_2 - \mathrm{B})$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda} = \mathrm{x}_1\mathrm{p}_1 + \mathrm{x}_2\mathrm{p}_2 - \mathrm{B}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \mathrm{x}_1} = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}_1} + \lambda \mathrm{p}_1 \overset{!}{=} 0 \qquad \lambda = -\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}_1}/\mathrm{p}_1$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \mathrm{x}_2} = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}_2} + \lambda \mathrm{p}_2 \overset{!}{=} 0 \qquad \lambda = -\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}_2}/\mathrm{p}_2$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial U}{\partial x_1}/p_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_2}/p_2 \Leftrightarrow \frac{\partial U}{\partial x_1}/\frac{\partial U}{\partial x_2} = p_1/p_2$$

Die optimale Konsumentscheidung

Für Bewegungen entlang der Indifferenzkurve gilt per definitionem $d\mathrm{U} = 0$.

Mit $\mathrm{U} = \mathrm{U}(\mathrm{x}_1; \mathrm{x}_2)$ gilt für das totale Differential:

$$\mathrm{dU} = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}_1} d\mathrm{x}_1 + \frac{\partial U}{\partial \mathrm{x}_2} d\mathrm{x}_2 \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \frac{dx_1}{d\mathrm{x}_2} = -\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}_2} \Big/ \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}_1}$$

$$\mathbf{GRS} = -\frac{\mathbf{U}'(\mathbf{x2})}{\mathbf{U}'(\mathbf{x1})}$$